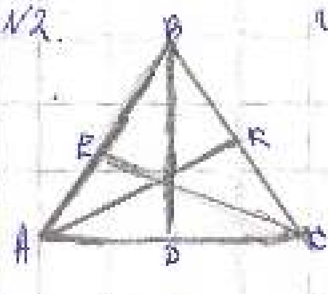
№1 2-шат
10·3ко
6э+2ш=8 адам
7э+1ш=8 адам
Ж: 2 әдіспен.

№2.



шешуі.

AK=CD
CD=BE
BK=CK
AE=BE
AD=CD
AB=AC

Жауабы: AB=AC

№3.

(a+(B,C)=b+(B,C)

a+(B,C)=b+(c;a)=c+(a,b)

7+(4,3)=4+(3,7)=3+(7,4)

(x,y)

(x; y)

№4

n=32   4·8·2=64
        64:4=16
k=4   16:0=0.
a=8
b=2.

1) 

2) a-1 b-2 c-3

1+(2,3)=2+(3,1)=3+(2,1)

x-1 y-2

(x,y)+x (y,x)+y

(1-2)+1 (2-1)+2

3) a_1+a_2 a_1, b_2 (a_1-a_2) 3

4 a-1 b-2

$1^2+141\cdot1\cdot2+5476\cdot2^2 \geq 5\cdot1+1364\cdot2-512$

$1+141\cdot2+22004 \geq 5+2728-512$

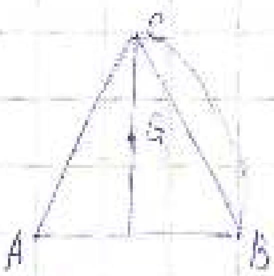
$1+282+22004 \geq 2733-512$

$22287 \geq 2221$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 1

1) $a+(b,c)=b(c,a)=c+(a,b)$.
(x,y) - наибольший общий делитель чисел x и y.

Все натуральные $a,b,c=137$



2) Дано: $\triangle ABC$
G - центроид
Найти: $\frac{AG}{BC}$

Решение

Если G центроид, то по теореме $\Rightarrow BC=2AG$; $\frac{AG}{BC}=\frac{1}{1}$

Ответ: отношение $\frac{AG}{BC}$ 2:1

3) $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

при $a=1$, b
$1+141+5476 \cdot 4 \geq 5+1364-512$
$22187 \geq 2221$.

при $a=2$; $b=1$
$4+141 \cdot 2+5476 \cdot 1 \geq 25 \cdot 2+1364-512$
$286+5476 \geq 1374-512$
$5762 \geq 862$

4) Ответ: 11 способов.

Задание 1.

$A_n^k = \frac{n!}{k!}$ Может существовать комиссия, где

2. $A_{10}^4 = \frac{10!}{4!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{1} = 720$ 6 экономистов и 2 математика и

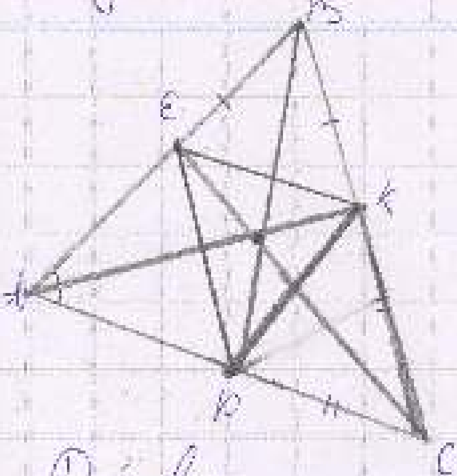
1. $A_{10}^6 = \frac{10!}{6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1} = 5040$ где 4 экономиста и 3 математика

Всего способов составления комиссии может быть:

$720 + 5040 = 5760$ способов

Ответ: 5760 способов.

Задание 2.



Док-ть: AB=AC.

Док-во:

Если AB=AC, то △ABC - равнобедренный треугольник, значит ∠ABC должен быть равен ∠BCA.

△EBK - равнобедренный (по условию) ⇒ ∠BEK = ∠BKE.

△CKD - равнобедренный (по условию) ⇒ ∠CKD = ∠KDC

Пусть ∠BEK = β, а ∠CKD = α

$\angle KCD = 180° - 2\alpha$

$\angle EBK = 180° - 2\beta$

$\angle BAC = 180° - (180° - 2\alpha) - (180° - 2\beta) = 180° - 180° + 2\alpha - 180° + 2\beta = -180° + 2\alpha + 2\beta$

- такой угол может существовать, значит при данных условиях в △ABC AB может равняться AC.

3 задание:

$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

$a, b, c \in N$

1:

$a=1$

$b=1$

$c=1$

$1+1=1+1=1+1$

$2=2=2$ - р-во верное.

2:

$a=2$

$b=2$

$c=2$

$2+2=2+2=2+2$

$4=4=4$ - р-во верное.

Вывод:

Данное р-во $(a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b))$ выполняется, когда

$a=b=c$ $(a,b,c \in N) \Rightarrow$

$a \in (0;+\infty)$

$b \in (0;+\infty)$

$c \in (0;+\infty)$

4 зад.

1. $a > b > c$

2. $\frac{1}{2}$

3. Если решить неравенство подставив 1, то оно будет справедливо, следовательно для любых чисел оно будет справедливо

4. 4 способа.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 т. к сумма 5

1)

0	2	3
1	3	1
4	0	4

1) 0 3 2 5) 2 3 0
2) 0 2 3 6) 2 0 3
3) 3 2 0 6 × 6 = 36
4) 3 0 2

т. к
6 столбца как и 6 строк
3 цифры

2)

2	2	1
2	1	2
1	2	2

1) 2 2 1
2) 1 1 2 3 × 3 = 6
3) 1 2 1

3)

3	1	1
1	3	1
1	1	3

1) 3 1 1
2) 1 3 1 3 × 3 = 6
3) 1 1 3

4)

5	0	0
0	5	0
0	0	5

1) 0 0 5
2) 0 5 0 3 × 3 = 6
3) 5 0 0

5)

4	0	1
1	4	0
0	1	4

1) 0 4 1 4) 1 0 4
2) 0 1 4 5) 4 1 0 6 × 6 = 36
3) 1 4 0 6) 4 0 1

36 + 36 + 6 · 3 = 72 + 18 = 90

$$a + \left(\frac{b}{c}\right) = b + \left(\frac{c}{a}\right) = c + \left(\frac{a}{b}\right)$$

$a; b; c \neq 0$

$a, b, c = 1$ $\quad 1 + \left(\frac{1}{1}\right) = 1 + \left(\frac{1}{1}\right) = 1 + \left(\frac{1}{1}\right)$

$$2 = 2 = 2$$

$a, b, c = 2$ $\quad 2 + \left(\frac{2}{2}\right) = 2 + \left(\frac{2}{2}\right) = 2 + \left(\frac{2}{2}\right)$

$$3 = 3 = 3$$

$a, b, c = -1$ $\quad -1 + \left(\frac{-1}{-1}\right) = -1 + \left(\frac{-1}{-1}\right) = -1 + \left(\frac{-1}{-1}\right)$

$$-2 = -2 = -2$$

Значит a, b, c равно всем целым
кроме 0

№3

$a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ – натуральные числа. a_i, a_j – пары чисел, где $i<j$ выписываются числа a_i+a_j, $a_i \cdot a_j$ и $|a_i-a_j|$.

Наибольшее возможное количество нечётных чисел среди выписанных?

1 и 2 Это сколько нечётных чисел может получиться используя a_i и a_j $1+2=3$; $1\cdot 2=2$; $|1-2|=1$

~~Если будем делать пары из близ стоящих чисел, то их будет 2021, умножим~~ на 2 = 4042 нечётных чисел. Но можно делать пары ещё с числами находящимися через n чисел. У a_1 таких пар ~~будет 2021~~. Пусть каждое число a_i будет в паре с числом a_j; у a_1 таких пар будет 2021, у a_2 = 2020 и т.д. Всех таких пар будет $\frac{1+2021}{2}\cdot 2021 =$

$1011\cdot 2021 =$

$$\begin{array}{r} 2021 \\ \times\ 1011 \\ \hline 2021 \\ 2021 \\ 0000 \\ 2021 \\ \hline 2043231 \end{array}$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

№4

$A: a^2+141ab+5476b^2 \ge 5a+1364b-512$. Рассмотрю разные случаи.

- a и $b=0$, тогда $A \to 0 \ge -512$
- a и b – отриц. числа, тогда $A \to B$, где $a=-x$, а $b=-y$: $(-x)^2+141(-x)(-y)+5476(-y)^2 \ge 5\cdot(-x)+1364(-y)-512 \Rightarrow x^2+141xy+5476y^2 \ge -5x-1364y-512$. Левая сторона больше
- a и b – положит. числа, ~~тогда~~ левая сторона будет больше, ~~...~~ даже при значениях близких к нулю, т.к. в правой стороне -512. Левая сторона, при положительных значениях, всегда будет >0, а правая сторона может быть <0 (например при $a=0{,}5$; $b=0$)
- $a>0$, $b<0$, тогда $A \to B$, где $a=x$, $b=-y$: $x^2+141\cdot x(-y)+5476(-y)^2 \ge 5x+1364(-y)-512$
$x^2-141xy+5476y^2 \ge 5x-1364y-512$

- $a<0$, $b>0$, тогда $A \to B$, где $a=-x$, $b=y$: $(-x)^2+141\cdot(-x)\cdot y+5476(y)^2 \ge 5(-x)+1364y-512$
$x^2-141xy+5476y^2 \ge -5x+1364y-512$. Левая часть неравенства такая же как и при предыдущем случае, но правая часть на этот раз больше ~~...~~ правой части в предыдущем случае.

$5476y^2$ больше $1364y$ в $4y$ раза

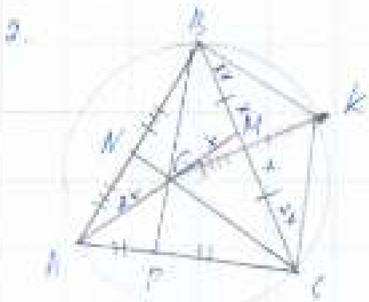
1. $a\cdot(b,c)=b\cdot(c,a)=c\cdot(a,b)$

a, b, c – не могут быть простыми числами, т.к НОД любых простых чисел – 1

a, b, c – не могут быть равно 1

a, b, c – три составных, непоследовательных числа

2.



Дано: ABC – треугольник

G – центроид, пересечение медиан

AM, CN, BP – медианы

K – симметрична G относительно BC

Найти $\frac{AG}{BC}$

Решение:

1) $\frac{AG}{GM}=\frac{2}{1}$ – по свойству медиан

2) $BM=MC$ – AM медиана стороны BC

3) $GM=MK$ по условию

4) BM и MC – медианы, т.к стороны GM и MK равны

5) По свойству медиан $BC=2x+x+x+2x=6x$

6) $AG:BC=2x:6x=1:3$

Ответ: 1:3

3. $a^2+141ab-5476b^2 \geq 5a+1364b-517$

$a^2+140ab+ab+4900b^2-576b^2 \geq 5a+1364b-517$

$(a+70b)^2+4(144b^2-341b+128)+ab-5a \geq 0$

$(a+70b)^2+4(12b-14)^2+16(b-17)+a(b-5) \geq 0$

4. Ответ: 30 способов

1 способ. С использованием цифр 3, 2, 0

2 способ. С использованием цифр 4. 1. 0

3 способ. С использованием цифр 5. 0. 0

4 способ. С использованием цифр 2, 2. 1

5 способ. С использованием цифр 3. 1. 1

Пример: 3 2 0 = 5 . Числа можно менять местами. Пример 0 3 2 = 5 . Следовательно
0 3 2 = 5 / 2 0 3 = 5 / 3 2 0 = 5
2 0 3 = 5 / ...
...

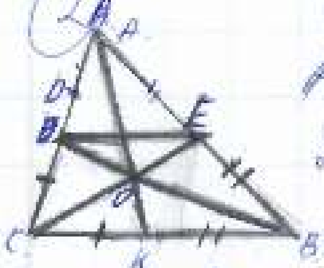
что можно переставить числа $P=3!=6$ раз

5 способов · 6 = 30 способов

1

$C_4^1 = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{2!}{1!\,1!} = \frac{2}{1} = 2$

2



Берілгені: $\triangle ABC$; AK-биссектриса; AB мен AC қабырғасында E мен D нүкт; $EB=BK$; $CK=CD$; O нүктесі AK бойында; $\square EBCD$ ортаңғы нүктесі;

Д/к: $AB=AC$

Дәлелдеу: DE түзуі BC түзуіне параллель, а $\square EBCD$ ол трапеция $DE=\frac{1}{2}(CD+BE)$, сонда DE ... орта сызық.

$DE=\frac{1}{2}$ $BC=CD+BE$

$\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}(CD+BE)$

$DE=DE$

$CD=CK=AD$; $BE=BK=AE$ $\Rightarrow$ $AB=2BK$; $AC=2CD$

$\triangle ACE=\triangle BCE$, $\triangle ABD=\triangle BCD$ $\Rightarrow$ $BC=AC$, $AB=BC$ $\Rightarrow$ $AB=AC$.

4

n-бүтін кейбір сан сандағы: $a+bk$, әр a үшін $\neq b$.

Д/к: b сандары жатап анықтайын барлық сандар мен алғашқы ...

Д: $a+bk$; әр a үшін $\neq b$, сонда k әртүрлі болады.

$a+bk=0$ болады, a - теріс сан, $b=|a|$, ал $k=1$ ге ...

онда кемісі барлық сандар 0-ге тең болады. Мысалы: $-66+66\cdot1=-66+66=0$.

$-4+4\cdot1=-4+4=0$.

3

$a+(b,c)=b(a,c)=c+(a,b)$

(x,y) - x пен y үшін орта белгі

$\begin{cases} a+b=b+a=c+a \\ a+c=b+c=c+b \end{cases}$

$b-c=a-c=a-b$

$-2c=-2a=-2b$

$c=a=b$, сонда

	c	a	b
c/	-1	-1	-1
	0	0	0
	1	1	1

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$. $a=b=c=-1$.

$-1+(-1;-1)=-1+(-1;-1)=-1+(-1;-1)$

$-2;-2=-2;-2=-2;-2$

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ $a=b=c=0$.

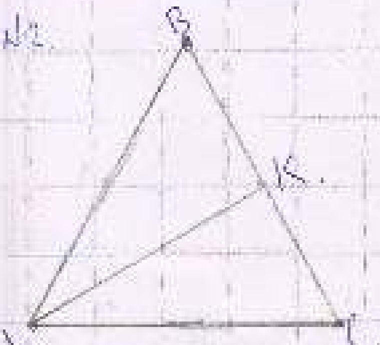
$0+(0;0)=0+(0;0)=0+(0;0)$

$0;0=0;0=0;0$.

№1.

$$C_{12}^{8}=\frac{12!}{8!(12-8)!}=\frac{12!}{8!\,4!}=\frac{\cancel{9}\cdot 3\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{\cancel{2}\cdot 2\cdot \cancel{2}\cdot 4}=95\cdot 11=495$$

№2.



Бер.
$\triangle ABC$
AK - биссектриса.
$T\neq A,\ D\neq A$
$EB=BK$
$CD=CK$
Д/к: $AB\neq AC$

Д/у:

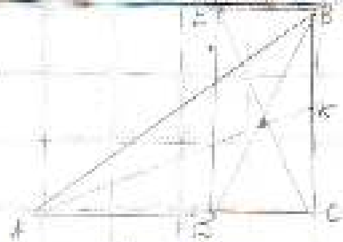
№3

$a\cdot(b,c)=b\cdot(c,a)-c\cdot(a,b)$

№4

а) $a+b$ и
б)
в).

1) △ABC
AK - биссектриса
EB=BK, CB=CK



▱EBCB диаг. қиылысу нүкт. AK түзуінің бойында
AB=AC болатынын дәлелдеу керек.
Ж/бы. AB=AC-ң түзулері тең болады. Себебі; EBCB төртбұрышының диагоналдары қиылысқан кезде AK түзуінің бойында қиып өтеді. Ал оның диагональдары тең шартқа болады: AEB ~ ABC

2) $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$
барлық натурал a, b, c табыңыз (x,y) - x және y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші.
Шешуі: $\frac{a+(b,c)}{x,y} = \frac{b+(c,a)}{x,y} = \frac{c+(a,b)}{x,y}$

$\frac{a+bc+b+ca+c+ab}{xy}$ Егерде a, b, c, x, y орнындарына 1-ді қойғанда: $\frac{1+1\cdot1+1+1\cdot1+1+1\cdot1}{1\cdot1} = \frac{6}{1}$

2-сын қойып көргенде: $\frac{2+2\cdot2+2+2\cdot2+2+2\cdot2}{2\cdot2} = 10$

x және y жұп болған сәтте бөлімі қысқарып бүтін сан шығады.
$a=b=c$ жұп сандар.

3) $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$

a_i, a_j $(a_i < a_j)$ сандары үшін $a_i + a_j$; $a_i \cdot a_j$; $|a_i - a_j|$ қанша сан тақ сан болатынын табыңыз

Шешуі: $a_1 = 3$, $a_2 = 4$ деп алып көреміз, сол кезде $d = 1$. $d = a_2 - a_1 = 4 - 3 = 1$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{2022} = 3 + 2021 \cdot 1 = 2024$

$a_{2021} = 3 + 2020 \cdot 1 = 2023$

n санның орнына тақ санды қойған кезде тақ сан шығады. n санның орнына жұп санды қойғанда жұп сан шығады. Сол себептен жауап 1011

Жауабы: 1011 тақ сан бар.

4) Кез келген нақты a, в сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз.

$a^2 + 141a в + 5476 в^2 \geq 5a + 1364 в - 512$

Шешуі. $a^2 + 141a в + 5476 в^2 \geq 5a + 1364 в - 512$

$(a + 76в)^2 - 311 \geq 5a + 1364 в - 512$

$(a + 76в)^2 + 201 \geq 5a + 1364 в$

1) $a=2$, $b=2$

$2^2+141\cdot2\cdot2+5476\cdot2^2 \geqslant 5\cdot2^4+1364\cdot2-512$.

$568+5476\cdot4 \geqslant 10+2728-512$

$22472 \geqslant 2226$.

$a=4$, $b=3$

$4^4+141\cdot4\cdot3+5476\cdot3^2 \geqslant 5\cdot4+2364\cdot3-512$

$1708+49284 \geqslant 4512-512$

$50992 \geqslant 3000$. ~~Демек а~~

~~(Демек a, b тұрақты)~~

2) Берілгені: $\triangle ABC$, $\square EBCD$.

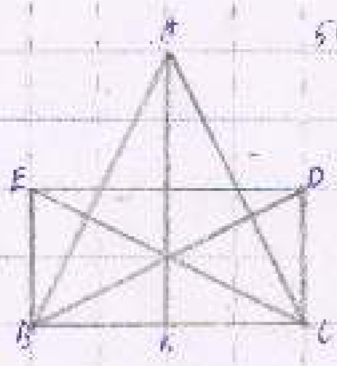
(~~$K \perp AK$~~) $\perp AK$

$E \neq A$, $D \neq A$

$EB = BK$, $CD = CK$

$\angle EC$, BD.

Т/к: $AB = AC$ дәлел.



Жауабы: егер диагональдар қиылыспаса, онда үшбұрыштың AB мен AC түзулері тең емес болуы еді.

3) $a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$ натурал сан. a_i, a_j $(i<j)$ сандар үшін a_i+a_j, a_ia_j және $|a_i-a_j|$ жазылған алынған ішінде ең көп дегенде қанша тақ сан?

$a_i = 1$, $a_j = 2$

$a_i + a_j = 1+2 = 3$.

$a_i \cdot a_j = 1\cdot 2 = 2$

$|a_i - a_j| = 1$.

үш әрекеттен 2 ~~тақ~~ сан.

$2022 \cdot 2 = 4044$.

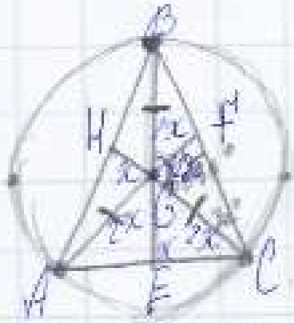
Жауабы: 4044

(2) Егер $a=b=c$ онда)

2) $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$ болатындай барлық натурал a, b, c табыңыз.

Жауабы: Егер $a=b=c$, онда ~~~~ тақ сан.

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ $a,b,c=?$



Берілгені:
$ABCD$- шеңбер
AF; BE; HC- медиана
$BO = OC = AO = R$ себебі центрінен өткізген

1) $\frac{HB}{BC} = \frac{FB}{AB} = \frac{OE}{BO} = \frac{1}{2}$ медиана қасиеті бойынша

Сонда, медиана қатынасы екіге тең. Медиана қабырға-ны 2-ге бөлсе $\angle F = 90°$ $\perp$; BC-хорда.
$\angle BOC = \cup BC$ тең болады
Шеңбер $= 360°$ $BO = OC = AO$ = 3ке бөледі. Сонда, $360:3 = 120°$
$\angle O = 120°$

2) $\frac{AO}{BC} = ?$ $AO = 2x$.

$\triangle COB$
$\angle O = 120° : 2 = 60°$ $\angle F = 90°$ бұрыштарының қосындысы $= 180°$
$180° - (90 + 60°) = 30°$ $\angle C = 30°$
BC қабырғасын табу үшін синустар теоремасын қолданамыз
$BC = 2FC = 2 \cdot \sqrt{3}x = 2\sqrt{3}x$
$\triangle COF$
$\frac{FC}{\sin 60°} = \frac{2x}{\sin 90°} \Rightarrow FC = 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}x$

$\frac{AO}{BC} = \frac{2x}{2\sqrt{3}x} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ қатынасына тең.

Жауап: $\frac{AO}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

0; 1;2;3;4;5;6;7;8;9. қосындысы =5 ке болу керек

$n < 5$ болу керек, $n > 5$ болса, шешімі дұрыс болмайды.
Сонда, 0;1;2;3;4;5 сандарын арқылы кесте құраймыз.

0	1	4
4	0	1
1	4	0

3	2	0
2	0	3
0	3	2

0	0	0
0	5	0
0	0	0

1	1	3
3	1	1
1	3	1

5 әдіспен 5 санын алуға болады.

2	1	2
2	2	1
1	2	2

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2-5a+141ab+5476b^2-1364b+512 \geq 0$

$a(a-5)+141ab+b(5476b-1364)+512 \geq 0$

1 $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

$a=2;2$; $b=3;4$; $c=6,8$

4. $0, 1, \ldots 9$

I

5	0	0
0	5	0
0	0	5

II

1	4	0
4	0	1
0	1	4

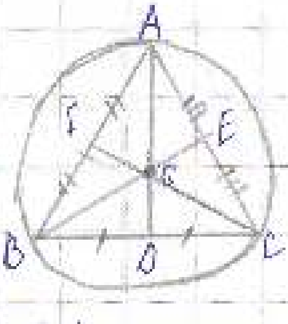
III

3	2	0
2	0	3
0	3	2

Дәлелдеу 0-ден 9-ға дейінгі сандардың ішінен қосындысы 5-ті беретін: (0;5); (1;4); (3;2). 6-дан 9-ға дейінгі сандар оң сандар болғандықтан, қосындысы 5-ті бермейді. Дирихле принципіне сүйенсек: 0-5 дейінгі сандар үш рет қайталанса, 15-қа тең. Қосындысы 5 болуы тиіс. $\frac{15}{5} = 3$
3 тәсіл бар.

Жауабы: 3 тәсіл.

2.



Бер: $\triangle ABC$
G - центроид, қиылысу нүктесі
$\frac{AG}{BC}$ - ?

Ш: Чибурашкан медианаларының анықтамасы бойынша қиылысу нүктесі медиананы $\frac{1}{2}$ қатынасқа бөледі яғни $AG = 2x$; $GD = x$ немесе $AG = \frac{2}{3}$; $GD = \frac{1}{3}$

$\triangle DGC \to$ тікб.

$GD = \frac{1}{3}$; $GC = \frac{2}{3}$ $DC = \sqrt{\frac{4}{9} - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$BC = 2DC \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{3}$ · немесе $\frac{2x}{y}$

$\frac{AC}{BC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

3. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

Кез-келген нақты a, b сандары үшін теңсіздік дұрыс себебі: Мысалға, $a=2$; $b=1$ деп алсақ:

$4 + 282 + 5476 \geq 10 + 1364 - 512$

$5962 \geq 862$

$\begin{cases} a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 0 \\ 5a + 1364b - 512 \leq 0 \end{cases}$

№3

$a = 5 \quad b = 5 \quad c = 5$

при таком выборе

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$5 + (5, 5) = 5 + (5, 5) = 5 + (5, 5)$

равенство верно

№4

Возьмем ~~множество~~ из 6 четных чисел

к примеру 2, 4, 6, 8, 10, 12

во время „прыжка" возьмем 2 числа: 2 и 4; 6 и 8; 10 и 12

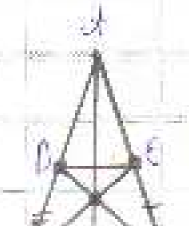
и прибавим к каждому числу a $b \cdot k$ (b для каждого a (все))

тогда $\underbrace{2 + \overset{-2}{(-1)} \cdot 2 = 0;\ 4 + \overset{-4}{(-2)} \cdot 2 = 0}_{1 \text{ „прыжок"}}$; $\underbrace{6 + \overset{-6}{(-3)} \cdot 2 = 0\ \ 8 + \overset{-8}{(-4)} \cdot 2 = 0}_{2 \text{ „прыжок"}}$

и $\underbrace{10 + \overset{-10}{(-5)} \cdot 2 = 0;\ 12 + \overset{-12}{(-6)} \cdot 2 = 0}_{3 \text{ „прыжок"}}$

Ответ: да, возможно

№2



Дано: $EB = BK$; $CD = CK$

Доказать: $AB = AC$

Решение:

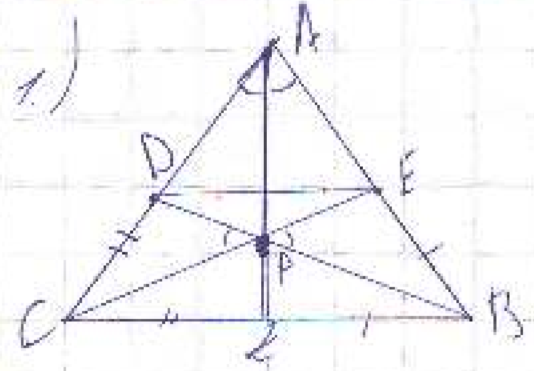
ΔCAK симметричен с ΔKAB так как общая сторона AK и $\angle CAK = \angle KAB$

$\Rightarrow AC = AB$

№1

~~[illegible]~~ $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2538$ способов

1.)



Дано: $\triangle ABC$, AK - биссектриса

$EB = BK$, $CD = CK$

Д-ть: если Р т. пересеч. DB и CE лежит на AK, тогда $AB = AC$

Решение

~~Если~~

2) $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

a - ?, b - ?, c - ?

(x, y) - наиб. общ. делит. чисел x и y

3) $a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$ - натур. числа

При $i < j$ $a_i + a_j$, $a_i a_j$ и $|a_i - a_j|$ - нечетн. числа

Найти: наиб. кол-во нечет. чисел

Решение:

Чтобы получить нечет. число из $a_i + a_j$, $a_i a_j$ и $|a_i - a_j|$, нужно чтобы a_i - четн., a_j - нечетн. или a_i - нечетн., a_j - четн.

В ряде чисел от a_1 до a_{2022} - 2022 числа. Пусть 1011 из них четн., а 1011 нечетн., тогда можно будет взять 1011 пар чисел, которые будут удовл. $a_i + a_j$, $a_i a_j$ и $|a_i - a_j|$ - нечетн.

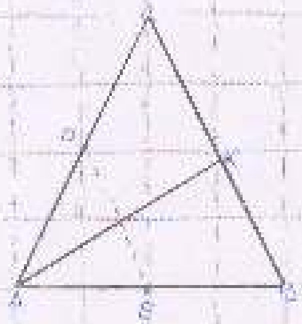
3). Если мы возьмем 1011-четн и 1010-нечетн, то будет 1010 пар чисел, удовл. условию. То же самое будет, если мы возьмем 1012-нечетн и 1010 четн.

Ответ: наиб. знач. нечетн чисел - 1011

4) $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+148ab+5476b^2-7ab \geq 5a+1364b-512$

$(a+74b)^2 \geq 5a+7ab+1364b-512$



2. Дан треугольник ABC и пусть G-центроид, точка пересечения медиан. Известно, что точка симметричная точке G относительно BC лежит на описанной окружности треугольника ABC. Найдите отношение $\frac{AG}{BC}$.

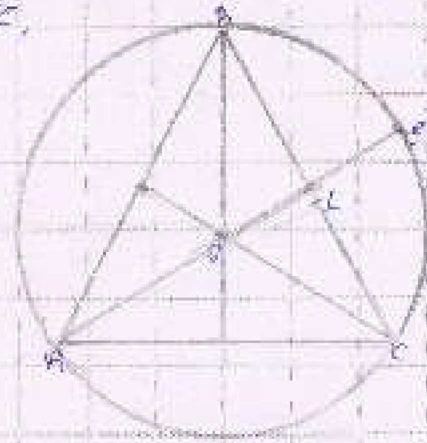
Дано

ABC-треугольник

G центроид

G симметрична к BC

Найти: $\frac{AG}{BC}$



Решение:

1. G-центр., значит A G-K.

Проведем GE, если G симметрична E, то $GL = LE$

Из всех факторов и условий можно сделать вывод, что $\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$

3. Докажите, что для любых действительных a, b справедливо неравенство

$a^2 + 144ab + 5476b^2 \geq 53 + 1364b - 51a$

Решение

Для того чтобы доказать, что это неравенство справедливо для любых a, b, нужно предположить что $a=1$, $b=1$, тогда

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 2 + 5476 \cdot 2^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512$

$24787 \geq 2221$

Если $a=1$, $b=10$, то

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 10 + 5476 \cdot 10^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 10 - 512$

$549011 \geq 13133$

Какие бы числа мы не брали левая часть всегда будет больше или равна правой части

Если оставить только а и в, то получим

$a^2 + ab + b^2 \geq a + b$

$(a+b)^2 \geq a+b$ - это выражение будет верно при любых действительных а и в

Если оставить только известные числа, то

$141 + 5476 \geq 5 + 1304 - 512$

$5517 \geq 857$.

А значит данное неравенство $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$ будет справедливо при любых действительных а и в

ч.т.д.

4. Сколькими способами можно заполнить цифрами 0, 1, ... 9 (можно с повторениями) таблицу 3×3 так, чтобы сумма цифр в каждой строке и каждом столбце равнялась 5?

Решение: Нужно заполнить таблицу 3×3 так, чтобы сумма цифр в каждой строке и столбце было 5. По условию можно использовать цифры от 0 до 9, но числа 6, 7, 8 и 9 уже не подходят, так как они больше 5. Комбинации подходящих трех цифр:

$$\left.\begin{array}{l} 0+0+5=5 \\ 0+2+3=5 \\ 0+1+4=5 \\ 1+1+3=5 \\ 1+2+2=5 \end{array}\right\} \text{удовлетворяют условию}$$

Составим таблицу, опираясь на эти комбинации. Начнем с 122.

122, 212, 221 – всего три возможных вариации

1	2	2	=5
2	1	2	=5
2	2	1	=5
=5	=5	=5	

1	2	2
2	2	1
2	1	2

2	1	2
1	2	2
2	2	1

2	1	2
2	2	1
1	2	2

2	2	1
2	1	2
1	2	2

2	2	1
1	2	2
2	1	2

– с каждой комбинации можно составить по 6 таблицы. Итого получилось 6 таблиц с вариацией цифр где два числа повторяются. Точно так же получится и с вариациями 005, и 113. С каждой также комбинации по 6 таблицы. Значит при

использовании вариаций $\underset{3}{112}$, $\underset{6}{005}$ и $\underset{3}{113}$
у нас получится 18 таблиц.

2. Рассмотрим вариации 023 и 014.

023 032 203 302 230 320

014 041 104 401 140 410

Получается по 6 комбинаций, и каждую комбинацию можно составить 2 таблицы.
6·2 = 12 таблиц в одной вариации
12·2 = 24 таблицы мы получим при использовании цифр 023 и 014

Значит всего у нас получится 18 + 24 = 42 таблицы, то есть 42 способа.

Ответ: 42 способа.

mat-20-01 Шифрды ұйымдастырушы толтырады / Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница №

1. $a+(bc) = b+(ca) = c+(ab)$

Нам известно, что все эти суммы между собой равны. Тогда мы можем представить что $3(a+bc) = (a+bc)+(b+ca)+(c+ab)$. Так можно сделать с любой суммой ($3(b+ca) = \ldots$); ($3(c+ab) = \ldots$).

$3(a+bc) = (a+bc)+(b+ca)+(c+ab)$ ← здесь мы можем сократить => $2 = (b+ca)+(c+ab)$

представим $(b+ca)$ и $(c+ab)$ как $\frac{(a+bc)+c+ab}{3}$ и $\frac{(a+bc)+b+ca}{3}$

соответственно. Тогда получается ур-ие: $2 = \frac{(a+bc)+c+ab}{3} + \frac{(a+bc)+(b+ca)}{3}$

умножаем все на 3, чтобы избавится от знаменателя получается: $9 = a+bc+c+ab+a+bc+b+ca$ (сразу раскрыли скобки). Находим подобные: $9 = 2a+2bc+c+b+ab+ca$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

3. $a^2 + 1414ba + 5470b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

a, b – любые действ. числа. Неравенство справедливо.

Т.к. в левой части нер-ва имеются квадраты наших неизвестных чисел (a^2, b^2), т.е. в левой части у нер-ва число всегда будет положительным, какое число мы бы не брали (полож. или отриц.) в левой части нер-ва только сумма произведений (это тоже доказывает, что число положительное). Также мы имеем в левой части нер-ва произведение в центре двух наших неизвестных чисел (ab). Даже если они оба отриц, то произведение будет полож., т.к. „$-$"$\cdot$„$-$"$=$„$+$". Если же одно число полож., а другое отриц. и произведение получ. тогда отриц., то это компенсируется квадратами (a^2, b^2) – зависит какое наше неизв отриц. Также в левой части нер-ва к-коэффициенты больше чем в правой части. Это тоже играет большую роль (число произведение все равно больше чем в правой части нер-ва). Именно всего выше перечисленного мы не наблюдаем в правой части нер-ва, поэтому мы можем смело сказать, что нер-во справедливо.

4. Нам даны цифры (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) нам нужно в табл. 3х3 расставить их так чтобы сумма ~~строк~~ цифр в каждой строке и в каждом столбце равнялась 5.
Исходя из вышесказанного мы убрали числа (6, 7, 8, 9), т.к. они положительные и явл. больше чем необходимая нам сумма. Исходя из всего этого, мы можем составить формулу: $C_9^6 = \frac{9!}{6!(9-6)!} = \frac{9!}{6!\cdot 3!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 1\cdot 2\cdot 3} =$

$= 84$ способа расстановки. 9! было, потому что мы использовали табл. 3х3, т.е. 9 клеток.

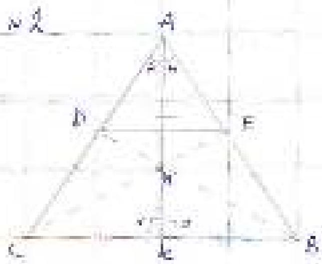
№1

$C_{10}^{7} = \frac{10!}{7!(10-7)!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \cdot 3 \cdot 10 = 120$

$120 \cdot 2 = 240$

Ответ: 240 способов

№2



Дано: $\triangle ABC$

AK - биссектриса

$F \in \triangle$; $D \in \triangle$

$FB = BK$; $CD = CK$

Решение:

$\angle F = \angle H$; $\angle N = \angle Z = 90°$

AK - общая сторона

по правилу равенства $\triangle$ $\triangle ACK = \triangle ABK$,

значит $AB = AC$

Ответ: $AB = AC$

№4

$(-3) \cdot (-5) \cdot (-9) = -135$

$a + b \cdot k = 0$

$a_1 = -3$ $\quad -3 + 3 \cdot 1 = 0$

$a_2 = -5$ $\quad -5 + 5 \cdot 1 = 0$

$a_3 = -9$ $\quad -9 + 9 \cdot 1 = 0$

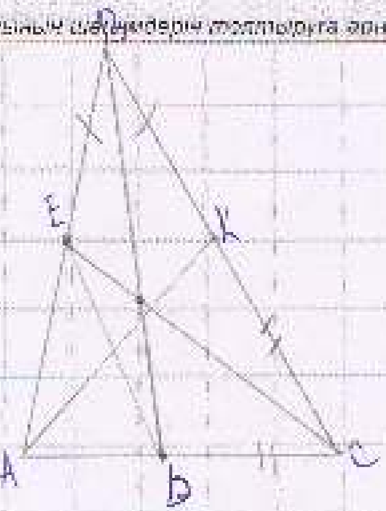
№3

$a + b = b + a = c + a$ $\quad a + c = b + c = c + b$ $\quad a + b = b + a = c + b$

$a = [1; +\infty)$ $\quad c = [1; +\infty)$ $\quad b = [1; +\infty)$

$b = c = [1; +\infty)$ $\quad b = a\ [1; +\infty)$ $\quad a + c = [1; +\infty)$

1.



Дано: $\triangle ABC$, AK - биссектриса, перпендикуляры - EB, CD

$EB = BK$, $CD = CK$; $E \neq A$; $D \neq A$.

Доказать, что $AB = AC$

Решение: точка пересечений не лежит на прямой AK, поэтому $AB \neq AC$

3.

1) a = 6 6 + 4 = 10 : 2 = 5
b = 4 4 + 8 = 12 : 2 = 6
c = 8 8 + 6 = 14 : 2 = 7
(x, y) = 2

2) a = 10 10 + 6 = 16 : 4 = 4
b = 6 6 + 14 = 20 : 4 = 5
c = 14 14 + 10 = 24 : 4 = 6
(x, y) = 4

3) a = 10 10 + 15 = 25 : 5 = 5
b = 15 15 + 5 = 20 : 5 = 4
c = 5 5 + 10 = 15 : 5 = 3
(x, y) = 5

4) a = 21 21 + 9 = 30 : 6 = 5
b = 9 9 + 27 = 36 : 6 = 6
c = 27 27 + 21 = 48 : 6 = 8
(x, y) = 6

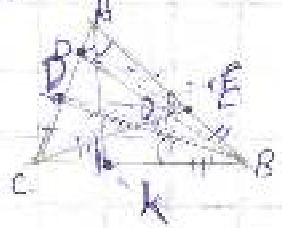
1. 1 математик + 7 экономистов : 8 человек = компания
2 математика + 6 экономистов = 8 человек = компания

4. 1) 4 + 2 + 0 0 0
6 + 8 + 2 2 : 0 = 0 2 : 2 = 0
5 + 6 + 4 4 : 2 = 2 6 : 3 = 2

2) 4 + 3 + 3 0 0
5 + 4 + 3 3 : 3 = 0 3 : 3 = 0
2 + 12 + 9 12 : 4 = 3 9 : 3 = 3

3) 6 + 4 + 2 0 0
2 + 5 + 4 4 : 4 = 0 2 : 2 = 0
4 + 10 + 8 10 : 5 = 4 8 : 4 = 2

1. Дано:
$\triangle ABC$, AK - бисс., CD = CK, CB - BK, EBCD - четырехуг.,
DB и CE диаг.



Док-ть:
AC - AB
B - 60;

Диагонали пересек. в центре фигуры и делят в центре попол. => если биссектриса проходит через центр диагонали, она является и медианой. В равнобедренном Δ биссектр. является медианой.

2. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$. Я считаю, что $a=b=c \geq 0$. т.к. если $a \neq b \neq c$ в дробной части концы будут разные, что противоречит условию $a+b,c = b+c,a = c+a,b$. Но если дробь будет общим делителем, то число будет получаться дробное. Поэтому, если говорить о наибольшем общем делителе, при котором будет получаться целое число, я считаю, что его бы не было бы появилось если бы a, b, c также были дробными.

4. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$
Могу предположить, что здесь есть ошибка, а может и нет. Возможно $a^2+141ab+5476b^2$ должно было вернуться в формулу, но т.к. 5476 не является квадратом 70,5 $\left(\frac{141}{2}\right)$, то это невозможно. Тогда я считаю так:
т.к. в левой части a^2 и b^2, что значит, что даже отриц. значения будут положительными, а в правой они в первой степени, что значит, отриц. значения будут отрицательными. Между 5 и a, 1364 и b если умножение, знач. сумма будет отриц. в случ. если a, b - отриц. Также числа в левой части больше чем в правой. Поэтому, даже если числа будут положительными, левая часть все равно будет больше.

3. если a_i - чет, a_j - чет $\Rightarrow$ a_i+a_j = чет, $a_i \cdot a_j$ = чет, $|a_i-a_j|$ = чет } 0 нечет.

если a_i - чет, a_j - нечет $\Rightarrow$ a_i+a_j = нечет, $a_i \cdot a_j$ = чет, $|a_i-a_j|$ = нечет } 2 нечет числа.

если a_i - нечет, a_j - нечет $\Rightarrow$ a_i+a_j = чет, $a_i \cdot a_j$ = нечет, $|a_i-a_j|$ = чет } 1 нечет ч.

если a_i - нечет, a_j чет будет также как a_i - чет, a_j - нечет.

Сколько чисел четных, а сколько нечетных мне не известно, но всего их 2022, каждое из них может сочетаться со всеми предыдущ. кроме a_1, т.к. у нее нет предыдущей, но она может быть только a_i т.к. $a_i < a_j$ $\Rightarrow$ 2021+2020+2019...+1. Но мы получим нечет только, если a_i - нечет, а a_j - нечет

Самое большое ко-во, если все будут четное и нечетное 50/50 $\Rightarrow$ 1011 - чет, 1011 нечет.

$(2021+2020+2019...+1)\cdot 3$

$a_i \cdot a_j$ если a_i - чет или нечет, a_j - нечет или чет соответственно $\Rightarrow$ a_i+a_j, $|a_i-a_j|$

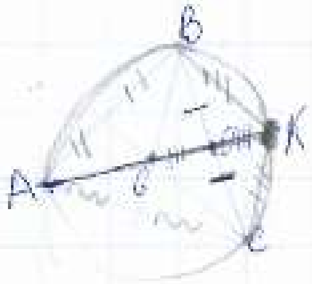
Жиенбекова

mat-24-01 Шифрды ұйымдастырушы толтырады / Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 1

№2



Дано: ABC-треуг. G - центр пересеч. медиан

Найти: $\frac{AG}{BC}$

Решение

AK = D (т.к G это центр описанной окружности) =>

AG = GK

2GO = GK = AG (т.к K это симметричная точка G относит. по окружности.

GK; BC - диагонали ▱ BGKC - ромб (т.к диагонали делят друг друга пополам) => ∠GOB = 90°

$\triangle GOB$ ∠GOB = 90

$BO = \sqrt{GB^2 - GO^2}$ т.к $GO = \frac{AG}{2}$, а GB = AG (как радиус) =>

$BO = \sqrt{AG^2 - \left(\frac{AG}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3AG^2}{4}}$

BO = OC

BC = 2BO => $BC = 2\sqrt{\frac{3AG^2}{4}} = \frac{2AG\sqrt{3}}{2} = AG\sqrt{3}$

$BC = AG \cdot \sqrt{3}$

$\frac{BC}{AG} = \sqrt{3} => \frac{AG}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

Акмолинская

mat-24-02 Шифрды ұйымдастырушы толтырады / Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 2

№3

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 3a+1364b-512$

$a^2>0$ при $a \in R$ => при $a<0$ или $b<0$ $a^2+141ab+5476b^2>5a+136b-5R$

$b^2>0$ при $b \in R$

т.к. $a; b$ - в первом выражении квадраты при $a>0$ или $b>0$

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1366b-512$

№4

Для того чтобы сумма цифр была 5 которых используются только 6 цифр от 0 до 5

если от 0 до 4 будет 5! способов, от 1 до 3 4! способа 0,1,4,5 4!

от 1 до 2 2! способа или 0,1,5 2! или 0,1,4 вид 3!

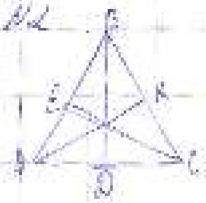
$120+24+2\cdot 2+24+6=178$

№1

1 математик және 7 экономист

2 математик және 8 экономист

№2



AE = AD   PE ⊥ EB

ED = BK   AE < CD

ED = EK   AB = AC

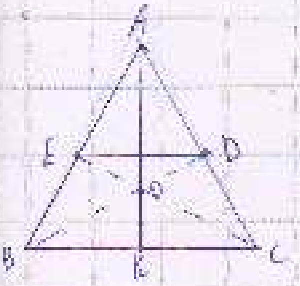
CK = BA

№3

$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

$a+(b,c)$

1-есеп.



Шешуі: Егер ED нүктелері BC-ға жақын болса, бір нүкте ... $ED \parallel BC$-ға. Және $EB=BK$, $CD=CK$ болса, онда $EB=CD$ және $BK=CK$-ға. Егер EBCD төртбұрыштың диагональдары AK түзудің бойында жатса, AK биссектрисасы BC-ның ортасына түсу керек. Онда △ABC-ның бүйірлері не тең бүйірлі болу керек. Яғни, $AB=AC$ болады.

Бұл нүкте түзу емес ... :

Егер біздің үшбұрышымыз тең бүйірлі болса, есеп шартын бұзбай дұрыс орындасақ EBCD диагональдары AK түзуінде жатып қалады. ~~...~~

2-есеп

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ егер бұл есепті түрлендірсек, бізде
$a(b+c)=b(c+a)=c(a+b)$ есебі шығады.
Егер біз кез келген натурал санда a, b, c мәндеріне болсақ
$a=2, b=4, c=6$ немесе $a=3, b=5, c=7$ деп алсақ қате ... $8+12+16+8=16+16$
$15+24-30+15=21+30$
деген қате шығады.
Егер осыдан қорытынды шығарсақ $a=b=c$ болу керек және $a, b, c \in N$.
Жауабы: $a, b, c \in N$

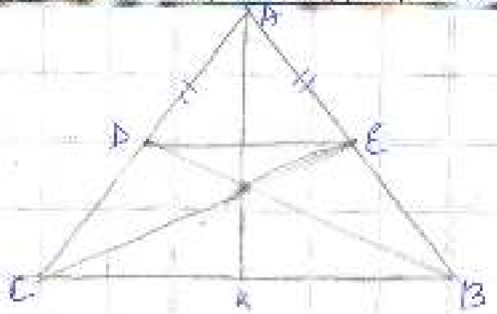
4-есеп

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a=1, b=1 \Rightarrow 1+141+5476^2 \geq 5+1364-512$ есеп шарты орындалады.

a және b сандары қандай болмасын есеп шарты бір-бір орындалады себебі, бірінші өзіне квадрат белгі бар. Сондай есепті түрлендірсек дұрыс деп санауға болады

1.



Берілгені:
ЕВ = ВК
ЕD = CK
DB-ның СЕ ұзындығы (ЕВСD-ның)
ЕВСD - трапеция

АК биссектриси (△АВС-ның) АВ = АС - демек

егер, ЕВСD трапецияның диагональ дің қиылысу нүктесі АК (биссектриса) бойында жатса, онда үйбдрсиды жазылған трапецияның DC және ЕВ жақтары тең. Сондықтан бұл тең бүйірлі жабуран. АС = АВ

2. $a+b = a+b = c+a$
$(a+b)^2 = c+a$
$\sqrt{(a+b)^2} = \sqrt{c+a}$
$a+b = \sqrt{c+a}$
$b = \sqrt{c+a} - a$

$a+b = b+c = c+b$
$(b+c)^2 = a+b$
$\sqrt{(b+c)^2} = \sqrt{a+b}$
$b+c = \sqrt{a+b}$
$c = \sqrt{a+b} - b$

$a+c = b+c = c+a$
$(a+c)^2 = b+c$
$\sqrt{(a+c)^2} = \sqrt{b+c}$
$a+c = \sqrt{b+c}$
$a = \sqrt{b+c} - c$

3. $a_1, a_2, \ldots a_{2022}$ (0;1) - тең сандар

$i<j$ $a_i + a_j$ $a_i + a_j$ $|a_i + a_j|$

4. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2-5a-512 \geq 1364b-141ab-5476b^2$

$a(a-5-512) \geq b(1364-141a-5476b)$

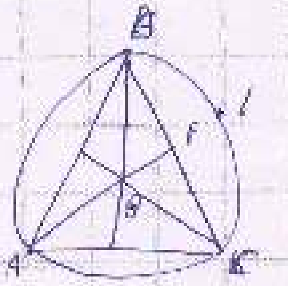
$a(a-517) \geq b(1364-141a-5476b) \quad /:b$

$\frac{a(a-517)}{b} \geq 1364-141a-5476b$

№ 3
При любых значениях a и b левая сторона будет больше, ибо там нету вычитания и ~~от~~ показатели степеней четны

№ 4
Подойдут комбинации цифр (2;1;1);(1;2;2);(5;0;0). Каждую комбинацию можно разместить 3·9 = 27 способами 27·3 = 81 комбинаций всего в сумме дающих 5.

№ 2



G-центр. AG-r. L- на окружности, значит $GF = \frac{r}{2}$. Допустим: r = 1, значит GF = 0,5 следует, $FC^2 = GF^2 + GC^2$ $FC = \sqrt{3,25}$

$BC = 2FC = \sqrt{13}$

$\frac{AG}{BC} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

$AG = GC = BG$

№ 1
a, b, c = 1. a, b, c должны быть любыми одинаковыми натур. числами.

1. $a + (bc) = b + (ca) = c + (ab)$.

$(a+b)\cdot(a+c) = (b+c)\cdot(b+a) = (c+a)\cdot(c+b)$

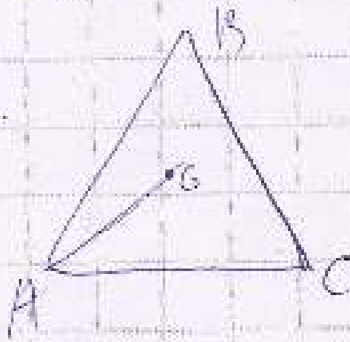
$a^2 \cdot ac + ba \cdot bc = b^2 \cdot ba + cb \cdot ca = c^2 \cdot cb + ac \cdot ab$

$a^2 \cdot cb \cdot bc = b^2 + ac \cdot ca = c^2 \cdot ba \cdot ab$

$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$

$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2 \cdot 1} = 1{,}36;\ 0{,}36$

2.



$\frac{AG}{BC} = AC$ қатынаса

3. Мен осы есепті есептеп шығарып бола алмай ~~арп~~ уақыт дейін шешіміне келдім.

4. Я зейінмен толтыруға болады.

(~~з~~...)

mat-30-01

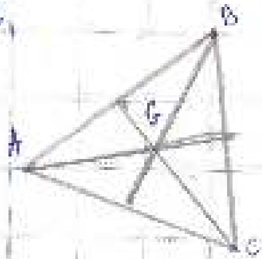
Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 1

2,



$$\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

3.

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$$\begin{cases} (a\cdot b)^2 \geq a+b \\ 141+5476 \geq 5+1364-512 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a\cdot b)^2 \geq a+b \\ 5627 \geq 857 \end{cases}$$

W

4)

3	1	1
1	1	3
1	3	1

1	3	1
3	1	1
1	1	3

1	1	3
1	3	1
3	1	1

2	1	2
1	2	2
2	2	1

2	2	1
1	2	2
2	1	2

21/51/45

1-тапсырма

$$C_k^n = \frac{k!}{n!(k-n)!}$$

$n = 8$

$k = 12$

$$C_{12}^8 = \frac{12!}{8!(12-8)!} = \frac{12!}{8!4!} = \frac{8!\cdot 9^3\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{8!\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 3\cdot 5\cdot 11\cdot 3 =$$

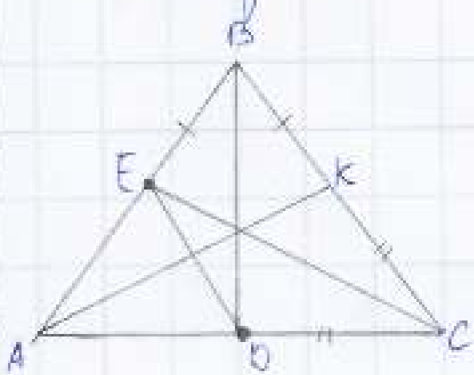
$$= 15\cdot 33 = 495$$

$$A_k^n = \frac{k!}{(k-n)!} \Rightarrow A_{12}^2 = \frac{12!}{(12-2)!} = \frac{12!}{10!} = \frac{10!\cdot 11\cdot 12}{10!} = 132$$

$495 - 132 = 363$

Жауабы: 363 әдіс

2-тапсырма



Бер-ні:
ABC - үшбұрыш
AK - биссектрисасы
E және D - түзу
EBCD - төртбұрыш
EB = BK
CD = CK

Дәлелдеу керек:
AB = AC

Дәлелдеу:
△ABC және □EDCB берілген.
□EDCB диагональдарының қиылысу нүктесі AK түзуінің бойында жатыр.
△ABK және △AKC алуға болады, өйткені, EB = BK және CD = CK.
△ABK = △AKC себебі, □EDCB диагональдарының қиылысу нүктесі AK бойында жатыр. Бұдан, AE = AD болады. Сол себептен, AB = AC. ■

3-тапсырма

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

(x, y) - x және y сандарынан ең үлкен ортақ бөлгіші.

$a = 8$

$b = 8$

$c = 8$

4-тапсырма

Дәлелдеу: 3 „секіріс" жасап жиындағы барлық санда

нөлге айналдыруға болады. Себебі, яғни "екінші" операция-
да жиыннан k таңдалып, яғни таңдалған a санына b·k
қосылады b бұл жерде кез келген бүтін сан не яғни a
үшін b саны [illegible]. Сол себептен барлық санды нөлге
айналдыруға болады.

1) Дано:
математ-2
журналист-10
ком из 8 спос.-?
Решение:

$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$ $C_{12}^8 - C_{10}^8$

1) $C_{10}^8 = \frac{10!}{(10-8)! \cdot 8!} = \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 2} = 45$

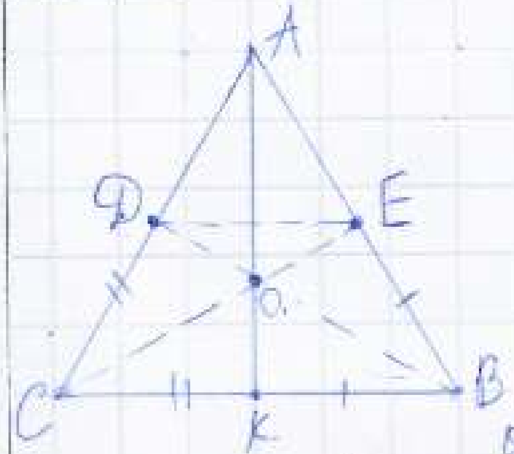
2) всего - 10+2= 12 людей

$C_{12}^8 = \frac{12!}{(12-8)! \cdot 8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 495$

495-45=450

Ответ: 450

2) Дано: $\triangle ABC$;



AK - биссектриса.

$EB = BK$; $CД = CK$

Докажите, что если точка пересечения диагоналей четыре. EBCД лежит на прямой AK то $AB = AC$

Если (точка пересечения) O лежит на AK, то $ДO = OE$ и $CO = OB$, следовательно $CД = BE$ и $CK = BK$ и $\angle C = \angle B$, а в равнобедренном $\triangle$ углы при основании равны, следовательно $AB = AC$

1.

2 әдіспен бөлуге болады.

2.

ABC△ EB = EK, CD = CK AB = AC

EBCD□

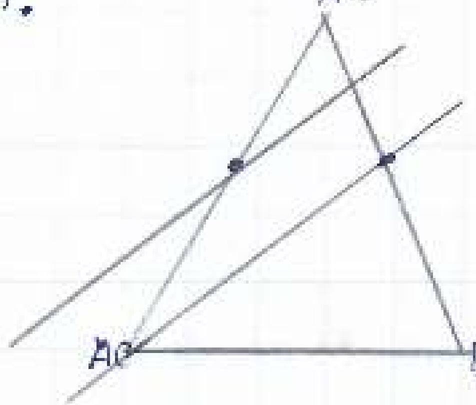
3.

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$c + (a, b)$

4.

1.



2. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$ab+ac=bc+ba=ca+cb$

$(ab+ac)^2=(bc+ba)^2=(ca+bb)^2$

$a+b$

3. $a_1;\ a_2, \ldots\ a_{2022}$

$a_i + a_j;\ a_i a_j\ |a_i - a_j|\ \ |i<j|$

$n = \left[1\ \frac{a}{1}\right]\ \ n_1 \left[1\ \frac{a}{2}\right]$

4) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 1369ab - 512$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 1369 - 512$

$(a^2 + 141ab + 5476b^2) \leq 1881$

$141ab^2 + 5476b^2 \geq 1881$

$141ab^2 + 1881ab \geq 5472b^2$

Берілгені: $\triangle ABC$ - үшбұрыш

AK биссектриса

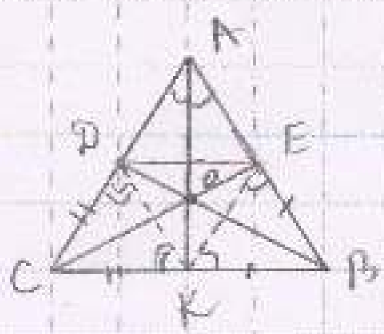
$E \in AB$, $E \neq A$

$D \in AC$, $D \neq A$

$EB = BK$, $CD = CK$

$EBCD$ - төртб.

$BD \cap EC \Rightarrow O$.



Дәлелдеу керек $AB = AC$

Дәлелдеу: $\triangle DKC$ және $\triangle EBK$ - теңбүйірлі үшб

Егер $AB = AC$ болса, онда $\triangle ABC$ теңбүйірлі болады, демек, AK биссектрисасы, медиана және биіктік болып табылады. ($\angle ACB = \angle ABC$)

Осыдан $\triangle CDK = \triangle EKB$.

Берілгені:

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$a,b,c\in N$

Т/к: $a,b,c=?$

$(x;y)$ – x,y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші

Шешуі: 1) егер $a=b=c$ болса, онда шешімі кез келген натурал сан бола алады.

2) егер $a=b$, $b=c$ немесе $a=c$ осылардың бірі орындалса, онда $\underbrace{a=b=t}$

$c=\frac{t}{d}$

$\boxed{t>d}$ d - бүтін, натурал сан. $\boxed{d\neq 0}$

мысал: $(12;12;4)$, $(16;16;2)$ $(30;30;5)$ т.б.

Берілгені: $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{2022}$ - натурал сандар
$a_i; a_j$
$j > i$
$a_i + a_j$, $a_i a_j$, $|a_i - a_j|$
Қанша тақ сан - ?
Шешуі: 1) Егер сандар жұп болса,
$32; 60 \to 92, 1920, 28$
барлығы жұп (барлық жұп сандар үшін орындалады)
2) Егер сандар тақ болса,
$7; 11 \to 18; 77; 4$
екі жұп, бір тақ сан болады.
3) Егер сандардың бірі жұп, екіншісі тақ болса,

$9; 20 \to 29, 180; 11$
нәтижесінде 2 тақ, 1 жұп шығады.
Демек 1011 жұптың әр қайсысы 1 жұп, 1 тақ саннан тұрса, онда ең көп дегенде 2022 тақ сан болады. $2 \cdot 1011 = 2022$

Жауабы: 2022.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$\boxed{a, b \in R}$

$\sqrt{5476} = 74$

$(a + 74b)^2 - 7ab \geq 5a + 1364b - 512$

$(a^2 + 74b)^2 \geq 5a + 7ab + 1364b - 512$

$$\begin{array}{r} 5476 \\ -49 \\ \hline 576 \\ 576 \\ \hline 0 \end{array}$$

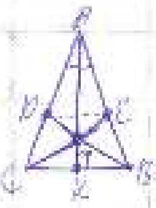
$144 \cdot 4$

санның квадраты оң сан.

№1 $\frac{n!-1}{k!(n!-1)} = \frac{9!-1}{8!(9!-1)} = \frac{9!}{8!} = \frac{\cancel{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}\cdot 9}{\cancel{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}} = 9$

Жауабы: 9

№2 Бер: $\triangle ABC$



Дәлелдеу: биссектриса оң бұрышты нүктесіне тең бөлуі.

C және D нүктелері ($E = B$; $D \neq A$) бөлуі қажет

Егер: $EB = BK$ ал, $CD = CK$ болса сәйкесінше $EBCD$ төртбұрышты диагональді құрайды. Ал диагональдары AK нүктесінде қиылысады

$CK = BK$ тең болса онда $AK = AC = AB$-ға тең болады.

№3 Егер: $x; y; z$ деп алатын болсақ

$\frac{x}{y} = \frac{y}{x}$; $\frac{x}{z} = \frac{z}{x}$; $\frac{y}{z} = \frac{z}{y}$.

Сәйкесінше $x = a$, $y = b$, $z = c$ деп қарастырсақ

тең: $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$; $\frac{a}{c} = \frac{c}{a}$; $\frac{b}{c} = \frac{c}{b}$

№4 функция: $a + b \cdot k$.

$a = -2$	$a = 2$	$a = -6$
$b = 2$	$b = 3$	$b = 4$
$k = -4$	$k = 1$	$k = 2$.
$-2 + 2\cdot(-4) = -10$	$2 + 3\cdot 1 = 5$	$-6 + 4\cdot 2 = 2$
1 есеп $= -10$	2 есеп $= 5$	3 есеп $= 2$.

Енді: $-10 = a$; $5 = b$; $c = 2$ деп қарастырсақ

$-10 + 5 \cdot 2 = 0$

жауабы: 0

Задание-1.

Дано: 2-математика

10-экономистов.

Составить: комиссию из 8 чел.

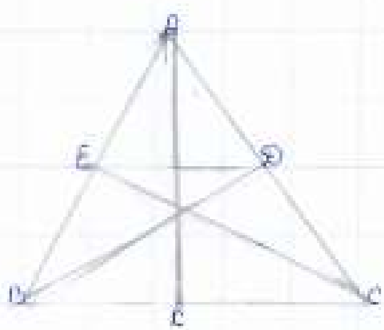
Решение:

1 способ: 1 математ + 7 эконом = 8 человек

2 способ: 2 математ + 6 эконом = 8 человек.

Ответ: 2 способами чтобы входили математики в комиссию.

Задание-2.



Дано: △ABC.

проведена биссектриса AK

$E \neq A$, $D \neq A$ $EB = BK$ $CD = CK$

E, D лежат на одну сторону BC и EB

Докажите пересечения диагон. четырёхугольника EBCD лежит на прямой AK то $AB = AC$

Решение: $EB = BK$ $CD = CK$

$AK = E + B + D + C = EBDC$

$AK = EB \Rightarrow DC$ -

$AK = EC \Rightarrow BD$

$AK = E + C = EC$

$AK = D + B = DB$

$EC \Rightarrow DB$

$AK = EBCD$.

$AB = AC$.

Ответ: EBCD лежит на AK, так как EC и BD пересекаются друг другом mat-37-02 Шифрды ұйымдастырушы толтырады / Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 2

Задание-3

$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

$a - b,c = b - c,a = c - a,b$

$a \cdot b \cdot c = b \cdot c \cdot a = c \cdot a \cdot b$

$a \cdot b \cdot c$

Ответ: натуральные являтся $a \cdot b \cdot c$

Задание-4.

Дано: множество из n целых чисел

Любое $k = 2$

$a = 3$

Любое число $b = 4$

Доказите, что за 3 кружка можно сделать все числа нулями

Решение: $a + b \cdot k$

1) $7 + 4 \cdot 2 = 15$

2) $1 + 4 \cdot 2 = 9$

3) $4 + 4 \cdot 2 = 12$

Ответ: можно сделать если в первом будет прочать 6 см

во втором 3 см, в третьем 4 см

№1.

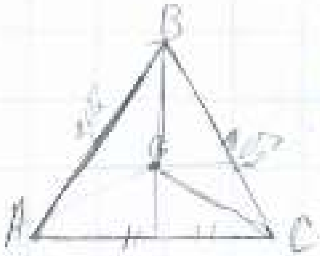
$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

a, b, c – ?

$a, b, c = 3, 4, 5.$

$3+(4,5)=4+(5,4)=5+(3,4)$

№2.



$\triangle ABC$.

G - центроид.

$\frac{AG}{BC}$ – ?

$\frac{AG}{BC} = \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{3} : 2.$

№3.

$a^2+1421ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$5476=74^2$ $b\cdot 74$

Қысқаша көбейту формуласы

$(a-74)(a+74) \geq 5a+1364b-512$

бұл жердегі $512=8^3$

№4. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Әр баланың цифрларының қосындысы 5-ке тең.
3х3.

$\frac{9!}{5!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5} = 3024$ тәсілі.

1) В задаче говорится, что хотя бы один, а это значит, что мы можем использовать 2-х математиков, ~~два~~ делаем вывод, что будет 2 случая

С одним математиком:
- Я использую формулу C_n^m
максимум - 7 экон
максимум - 1 математик из двух.

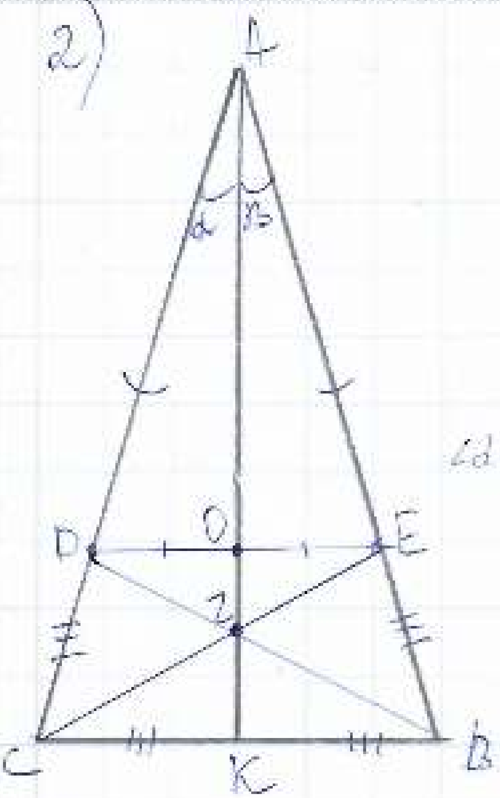
$C_{10}^7 = 120$ — это с одним, затем умножаю на 2, потому что их двое и максимум один математик
$= 240$

С двумя математиками:
- Два математика всегда будут в комиссии значит, что свободных т будет 6 $\to C_{10}^6 = \cancel{240}$ 210

Теперь складываем варианты и получаем все возможные варианты вообще с таким условием:
$210 + 240 = 450$

Ответ: 450 возможных комбинаций.

2)



Нам дан △ABC и сказано доказать, что если точка Z будет лежать на отрезке AK, то AB=AC.
Если это так то AK будет осью симметрии и можно сделать вывод везде и при условии что ∠α=∠β и AB=AC, что CK=KB, из-за признака подобия треугольников (△ACK и △ABK).
И тогда DC=CK=KB=EB
Мы получили трапецию CDEB.
Теперь нужно доказать, что DB=EC.
Это просто. DC=EB, и DO=OE ~~из~~, и ~~это из правила напротив равных углов. Если угол α~~ По условию ∠α=∠β и AD=AE, а сторона AO общая, тогда да DO=OE. Мы получили равнобокую трапецию DB=EC, углы при основании равны, DC=EB. ~~Тогда остаюсь~~ У равнобокой трапеции, если мы проведем диагонали они будут равны. Это равнобедренный треугольник и при проведении биссектрисы, она будет являться и медианой и осью симметрии, и пересечет точку Z по этим причинам. Я доказал, что точка Z лежит на отрезке AK, и поэтому AC=AB.
Забыл написать, что я отталкивался от ~~понятия~~ принципа правда + правда = правда, то есть + · + = +.
И поэтому отталкивался от конца, ведь принцип не изменится.

1. $f(a+(b,c)) = b+(c,a) = c+(a,b)$.

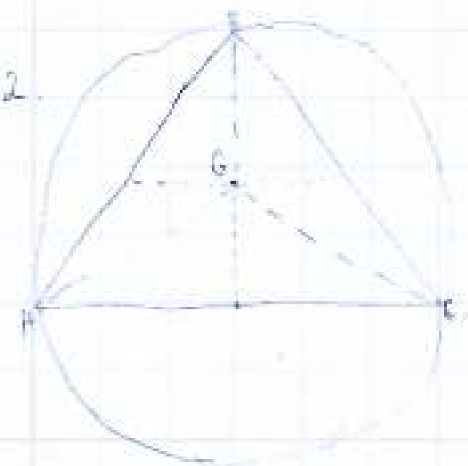
$a=2$ $\quad$ $x,y=2$ $\quad$ x - тақ сандар жоқ x, y тақ

$b=2$

$c=2$ $\quad$ $x=2$ $\quad$ жұп сандар ортақ бөлгіш 2-ге тең

$y=2$

2.



$BC = 30°$ $\quad$ $\frac{AC}{BC} = \frac{60°}{30°} = 2$

$AC = 60°$

3. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$. $\quad$ $a = 21$.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$ $\quad$ $b = 0$

$21^2 + 141 \cdot 21 \cdot 0 + 5476 \cdot 0^2 \geq 5 \cdot 21 + 1364 \cdot 0 - 512$.

$441 \geq -407$

$441 \geq -407$.

mat-40-02

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница №

4.

1	2	3	4	0	1	2	2	1	1	3	1	2	3	0
2	3	1	0	1	4	2	1	2	3	1	1	3	0	2
3	1	2	1	4	0	1	2	2	1	1	3	0	2	3

0	5	0
5	0	0
0	0	5

Бес [illegible] толтыруға болады.

1) $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$ $a=3;\ b=6;\ c=9$

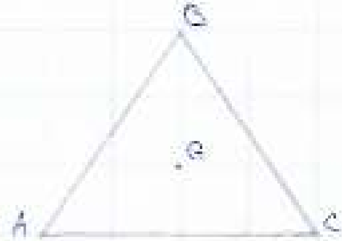
$3+(6,9) = 6+(9,3) = 9+(3,6)$

2) Бер: ABC үшбұрыш

G-центроид

G нүктесі BC-ның ... және ABC △ сырттай сызылған шеңбер ... $\frac{AB}{BC}$ қатынасын

Т/к.



3) $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$ $a=2$, $b=4$

$2^2+141\cdot 2\cdot 4+5476\cdot 4^2 \geq 5\cdot 2+1364\cdot 4-512$

$4+282\cdot 4+5476\cdot 16 \geq 10+5456-512$

$4+1128+92416 \geq 5466-512$

$93548 \geq 4954$

4) $0,1,\dots,9$

$=0$

mat-43-01 Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница №

1) $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

3) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

1. Дано:
Э. - 10 г
М - 2 г
К. - ? сп. из 8 г

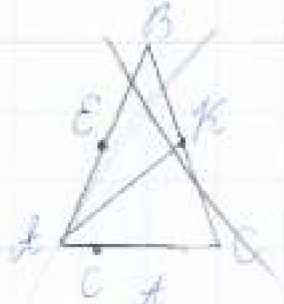
Решение:

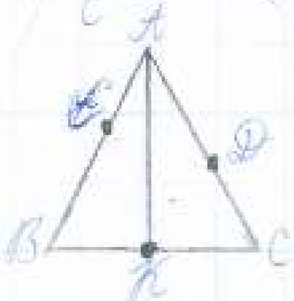
~~$К = 1 \cdot 7 + 2 \cdot 6 = $~~

$К = (1 \cdot 7^3) + (2 \cdot 6^4) = 2945$ способов

Ответ: 2945 способов

2.





Дано:
△ABC
BK и EB = BK
CD = CK
EBCD
Доказать AB = AC?

3.

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$a = 1$
$b = 1$
$c = 1$

№1.

Дано:
2 математ.
10 экономист.
8 - команд
Найти: способы

Решение:

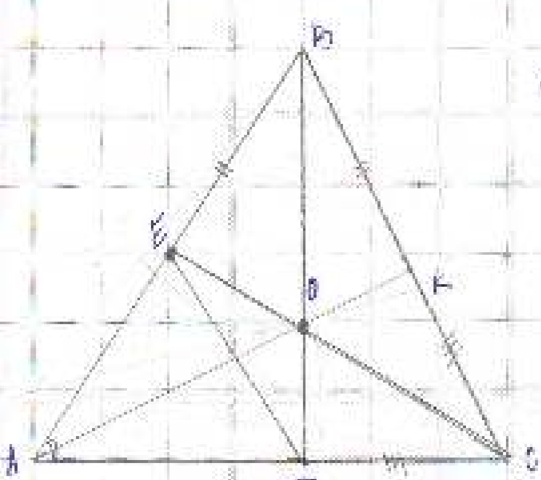
$$K_{12}^{8} = \frac{12!}{8!(12-8)!} = \frac{12!}{8!\cdot 4!} =$$

$$= \frac{4!\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{4!\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}$$

$= 9\cdot 5\cdot 11 = 495$ (способов)

Ответ: 495

№2.



Дано: $\triangle ABC$
AK - биссектриса
EB = BK   PA = CK

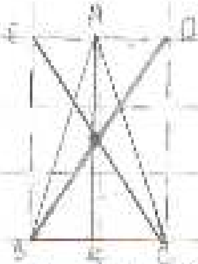
Доказать: AB = AC

Решение:

Если B. и E.C ∈ AK, то AB = AC.

1. $2+20=1-8=13-8=5.$

2



3. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ $a=12$ $b=8$ $c=10$

$12+(8+10)=8+(10+12)=10+(12+8)=12+18=30=8+22=30=10+20=30.$

4. $1,2$; $1,3$; $1,4$; $1,5$

$a=1,2$ $b=1,3$

$k=1,5$ $a+b\cdot k$

$1,2+1,3\cdot1,5=1,35$