

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Параграф нөмірі:
Номер листа:

N1
N2

Параграфтың ханшы саны:
Общее количество листов:

Қатысушының аты:
Код участника:

[Empty box for name and code]

N1
 $x \in \mathbb{R}$
 $P(x) = ?$
 $16P(x^2) = (P(2x))^2$
 $16P(x^2) = P^2(2x)$
 $16P(x^2) = 9P^2(x^2)$
 $16P(x^2) = 4P^2(x^2) / x$
 $16Px = 4P^2x$
 $4Px = P^2x / P$
 $4x1 = P(x)$
 $P(x) = 4$
Жауабы: $P(x) = 4$

N2
$$a_n = \sqrt{1 + \underbrace{999\dots 9^2}_{n \text{ тоғыз}}} - \underbrace{0,999\dots 9^2}_{n \text{ тоғыз}}$$

 $S = a_1 + a_2 + \dots + a_{2022} \quad \{S\} = ?$
 $\{S\}$ - санмен, бөлшек бөлігі
 $a_1 = \sqrt{1 + 9^2 + 0,9^2} = \sqrt{1 + 81 + 0,81} \approx \sqrt{83} \approx 9,17$
 $a_2 = \sqrt{1 + 99^2 + 0,99^2} = \sqrt{1 + 9801 + 0,9801} \approx \sqrt{9803} \approx 99,03$
 $a_{2022} = \sqrt{1 + 999\dots 9^2 + 0,999\dots 9^2} = \sqrt{1 + 999\dots 800\dots 01 + 0,999\dots 800\dots 01} \approx \sqrt{999\dots 801}$
сонда, сан арқаман 3 бөлшеге
Сондықтан $\sqrt{3} = 1,73\dots$ - бөлшек бөлік
$$\begin{array}{r} \times 2022 \\ 0,72 \\ \hline 14154 \\ \hline 1455(84) \end{array}$$

 $\{S\} = 0,84$
Жауабы: $\{S\} = 0,84$

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Парақ нөмірі:
Парақ нөмірі:
Парақ нөмірі:

N3

Параграф нөмірі және саны
Общее количество листов

Қатысушының коды:
Код участника:

N3

Берілгені: $\triangle ABC$

$AB = BC$

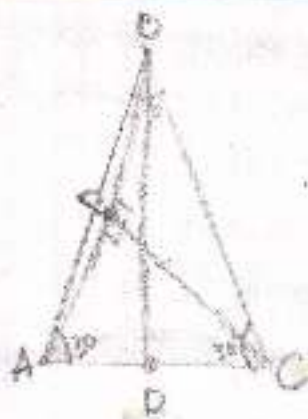
$\angle BAC = 30^\circ$

$AP = 2\sqrt{3}$

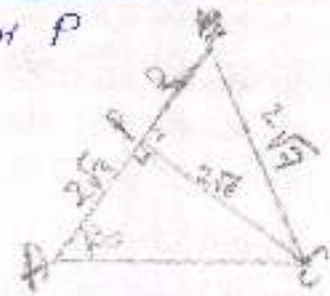
$BP = 2$

$CP = 2\sqrt{6}$

$S_{ABC} = ?$



ішіннен P



$AC = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$

$BC = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{6})^2} = \sqrt{4 + 24} =$

$= \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$BC = AB = 2\sqrt{7}$

$BD = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{6})^2} = \sqrt{28 - 24} = \sqrt{4} = 2$

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Босп. нөмірі:
Номер задания:
Шарик нөмірі:
Номер листа:

1
1

Шариктердің жалпы саны
Общее количество листов

2

Қысқартушының коды:
Код участника:

Blank box for participant code.

$n=1$
 $16P(x^2) = (P(2x))^2 \quad x \in \mathbb{R}$

$16 = \frac{P(4x^2)}{P(x^2)}$

$16 = \frac{P(4x^2)}{x^2} \quad | \cdot (x^2)$

$16x = P(4x^2)$

$(16x^2) - (P(4x^2)) = 0$

$4x^2(4 - P) = 0$

$4x^2 = 0$	$4 - P = 0$
$x \neq 0$	$-P = -4$
	$P = 4$

2) Если будем подбирать способом подбора:

$16P(x^2) = (P(2x))^2$

$16 = \frac{(P(2x))^2}{P(x^2)}$

Пусть: $x=1$

$16 = \frac{4}{1}$

$16 = 4$

Пусть: $x=2$

$16 = \frac{16}{4}$

$16 = 4$

Пусть: $x=3$

$16 = \frac{36}{9}$

$16 = 4$

и т.д...

Как видим не одно x не удовлетворяет равенству.

Ответ: Нет многочленов $P(x)$ которое при любых $x \in \mathbb{R}$ удовлетворяемо от равенству

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Парак нөмірі:
Номер листа:

3
2

Парақтардың жалпы саны:
Общее количество листов:

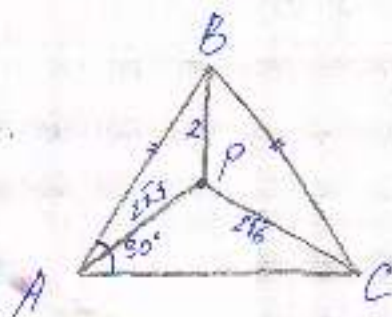
2

Қатысушының коды:
Код участника:

--

н3.

Дано:
 $\triangle ABC$ - равнобедренной
 $\angle BAC = 30^\circ$
 $AP = 2\sqrt{3}$
 $BP = 2$
 $CP = 2\sqrt{6}$
 Найдите! $S_{\triangle ABC}$?



Решение

1) Рассмотрим $\triangle ABC$:

$\angle BCA = \angle BAC = 30^\circ \Rightarrow$
 (т.к. $\triangle ABC$ - равноб.)

$\angle ABC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$

2) Рассмотрим $\triangle ABP$

$\angle BPA = 90^\circ$
 $\angle ABP = 30^\circ$

$AB = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

3) $AB = BC = 4\sqrt{3}$

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (ауданлық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задания:
Парақ нөмірі:
Номер листа:

1
1

Параграфтың желісі саны
Общее количество листов

3

Қатысушының коды:
Код участника:

$$16P(x^2) = (P(2x))^2 \quad P(x) = ?$$

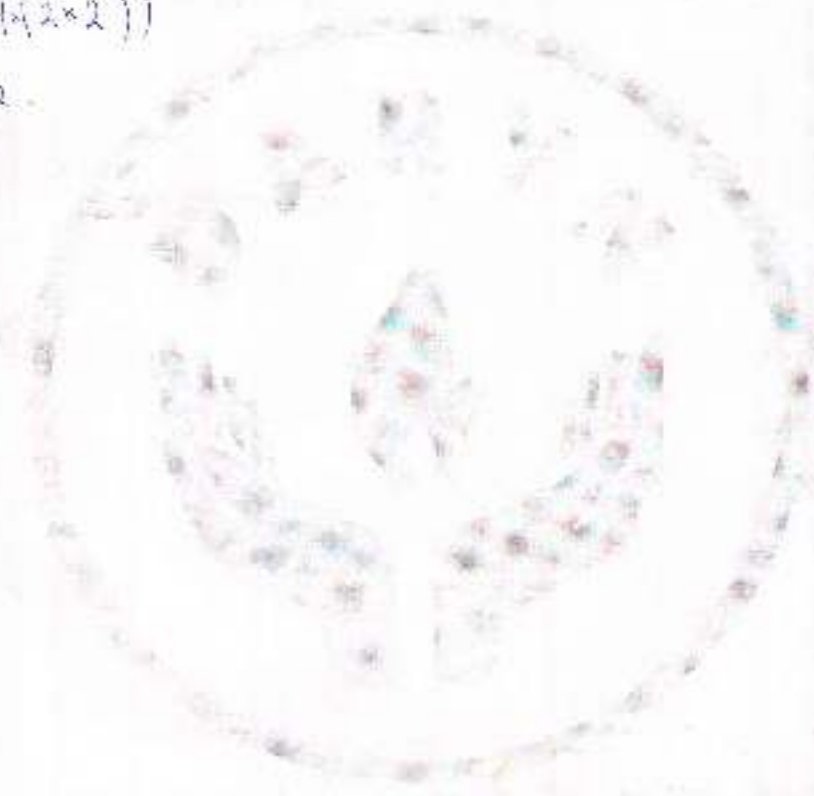
Например, возьмем P как число 4, а x как 2

$$16 \times 4(2^2) = (4(2 \times 2))^2$$

$$64 \times 4 = 16^2$$

$$256 = 256$$

$$P(x) = 4(2)$$



Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Тарақ нөмірі:
Номер листа:

3
3

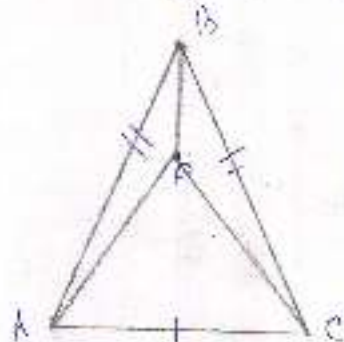
Параметрлер және саны
Общее количество листов

3

Категориалық кезең:
Код участника:

Blank box for category and participant code.

Равнобедренный треугольник ABC (AB=BC) $\angle BAC = 30^\circ$



$CP = 2\sqrt{6}$
 $BP = 2$
 $AP = 2\sqrt{3}$

$AB = BP + AP = 2 + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$
 $AC = ?$
 $BC = BP + CP = 2 + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$

$S_{\Delta} = ?$

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{6})^2} = \sqrt{48 + 96} = \sqrt{144} = 12$

$S_{\Delta} = AB \cdot BC \cdot \sin \angle B = 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{6} \cdot \frac{1}{2} = 16\sqrt{18} \cdot \frac{1}{2} = 16 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 24$

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республикаской
олимпиады школьников

Кезең нөмірі:
Номер задания:
Шығару жері:
Номер листа:

1
1

Тарақ ардың ханшасы саны:
Общее количество листов:

3

Қатысушының коды:
Код участника:

--

$$16P(x^2) = (P(2x))^2$$

$$P(x)?$$

Алдымен $x=1$ және $x=2$ мәндерін қоямыз, $P(x)$ полиномының дәрежесін n деп белгілейміз \Rightarrow

$$P(x) = x^n$$

$$16P(x^2) = (P(2x))^2 \quad (16 \cdot 4 = 16) \quad (4(2x))^2$$

$$16 \cdot 16(1)^2 = (4 \cdot 2 \cdot 2)^2 \quad (64)$$

$$16 = 16$$

$$P(x) = 1$$

$$\text{Сонымен } P(x) = 1$$

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Көпестің нөмірі:
Номер задания:
Передің нөмірі:
Номер вопроса:

2
2

Параграфдың желісі саны
Общая количество страниц:

3

Қатысушының толық
Код ұяшығы:

--

$$a_n = \underbrace{5 + 0,99 \dots 99}_{n \text{ дәлірек}} + \underbrace{0,99 \dots 99}_{n \text{ дәлірек}}$$

Выведемте S , где $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

a_n , где n — натуральное число \Rightarrow

$$a_n = 5 + 0,99 \dots 99 + 0,99 \dots 99$$

Используем известную формулу для суммы геометрической прогрессии

$$S = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 5n + \underbrace{0,99 \dots 99}_{n} + \underbrace{0,99 \dots 99}_{n} = \dots + 0,99 \dots 99$$

$$a_n = 9$$

$$S = 5n + 9n = 14n$$

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Помер задачи:
Парақ нөмірі:
Помер листа:

3
5

Парақтардың жалпы саны:
Общее количество листов:

3

Қысқарту нысаны коды:
Код участника:

--

Дано $\triangle ABC$

$$AB = 12$$

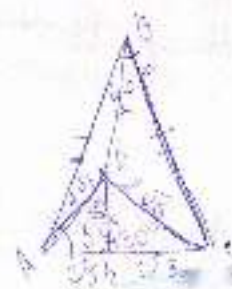
$$AP = 2\sqrt{3}$$

$$BP = 2$$

$$CP = 2\sqrt{3}$$

$$\angle BAC = 30^\circ$$

Найти S_{\triangle} ?



$$S_{\triangle} = AB \cdot AC$$

и воспользуемся теоремой

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 12^2 + 6^2$$

$$a = 3 + 2 \cdot 3$$

$$a = 9$$

$$\text{Поэтому } AB = BC = a = 9$$

$$S_{\triangle ABC} = 9 \cdot 9 \cdot \sqrt{3} = 162\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ } S_{\triangle ABC} = 162\sqrt{3}$$

Решение

Замечание $\triangle APC$

Проведем высоту точку P

и найдем высоту и радиус окружности

$$\triangle APH \cong \triangle CPH$$

Итак найдем высоту против $\angle 30^\circ$ и гипотенузы

$$AB = 12 \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

и длину $\triangle APC$ на высоте

$$\rightarrow AC = 6\sqrt{3}$$

Проведем высоту BH

делит $\triangle ABC$ на два

$$\triangle ABH \text{ и } \triangle CBH. \angle H = 90^\circ$$

$$\angle B = 60^\circ = (30^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

и радиус

$$BH^2 = AB^2 + AH^2 \Rightarrow$$

$$BH^2 = 12^2 + 6^2$$

$$BH^2 = 108 + 36 = 144$$

$$BH = 12$$

$$BH = 12$$

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

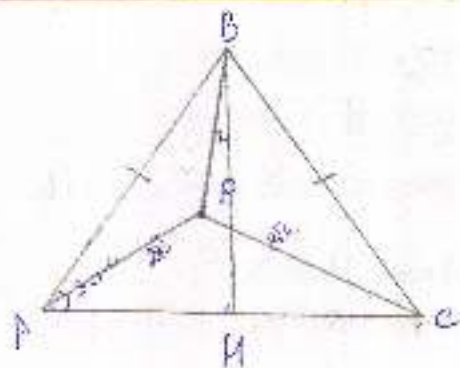
Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задания:
Парақ нөмірі:
Номер листа:

3
1

Парақтардың жалпы саны
Общее количество листов:

Қатысушының коды:
Код участника:



Дано:
 $\triangle ABC$ - теңбүйірлі
 $AB = BC$
 $\angle BAC = 30^\circ$
 $AP = 2\sqrt{3}$
 $BP = 2$
 $CP = 2\sqrt{6}$

$S_{\triangle ABC}$

Шешеміз.

$\angle BAC = 30^\circ \Rightarrow \angle BCA = 30^\circ$ Т.к. \triangle
теңбүйірлі.

$S_{\triangle ABC} = \frac{a \cdot h}{2}$

$$AB = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{4 + 12}$$

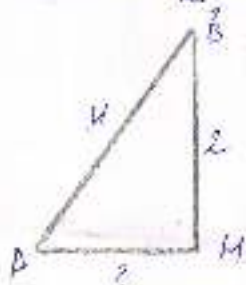
$$= \sqrt{16} = 4 - AB$$

$$= \sqrt{16} = 4 - AB$$

Тексереміз теңсіздік BH .

$BH = \frac{1}{2} AB$ - т.к. теңбүйірлі теңсіздік $\angle 30^\circ = \frac{1}{2} AB \Rightarrow$

$$\Rightarrow BH = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \text{ см.}$$



$$AH = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$$

$$AC = 2 \cdot AH = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$S = a \cdot h$$

$$S = 4\sqrt{3} \cdot 2 = 8\sqrt{3} \text{ см.}$$

Республикалық оқушылар олимпиадасының екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный) этап Республиканской олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Парақ нөмірі:
Номер листа:

1,2
2

Парактардың жалпы саны
Общее количество листов:

Қатысушының коды:
Код участника:

$$16P(x^2) = (P(2x))^2$$

$$a_n = \sqrt{1 + 99 \cdot 9^2 + 0,99 \cdot 9^2}$$

$$a_1 = \sqrt{1 + 9^2 + 0,9^2}$$

$$a_2 = \sqrt{1 + 81 + 0,81}$$

$$a_1 = \sqrt{82,81}$$

$$a_2 = \sqrt{1 + 99^2 + 0,99^2}$$

$$a_2 = \sqrt{1 + 9801 + 0,9801}$$

$$a_2 = \sqrt{9802,9801}$$

$$S = \sqrt{82,81} + \sqrt{9802,9801}$$

